

Текстура снежной толщи как детерминированный фрактал

Н.А. Казаков

Сахалинский филиал Дальневосточного геологического института ДВО РАН

Статья поступила в редакцию 27 октября 2005 г.
Представлена членом редколлегии А.Н. Божинским

Текстура снежного слоя рассматривается как пространственно-неоднородная упорядоченная структура, которую предлагается количественно описывать как фрактал.

Введение

Одно из интереснейших явлений, наблюдающихся в снежной толще, достигшей стадии конструктивного метаморфизма ледяных кристаллов, — это возникновение упорядоченной пространственно-неоднородной структуры снежного слоя, отображаемой в его текстуре [11] и образованной ее вертикальными элементами (кластерами ледяных кристаллов, достигшими стадии конструктивного метаморфизма) и системой пор. Процесс, приводящий к образованию пространственно-неоднородной структуры снежной толщи, направлен на переход системы из хаотического состояния в упорядоченное, и в итоге приводит к изменению физических характеристик снежной толщи.

Среди важнейших задач, которые необходимо решать при прогнозе снежных лавин, их искусственном спуске и расчетах несущей прочности снежной толщи, следует назвать определение ее устойчивости по отношению к внешнему воздействию. При этом для оценки состояния снежного слоя недостаточно знать только такие его характеристики, как структура, плотность [2] и твердость, поскольку устойчивость снежной толщи к внешнему воздействию в значительной мере определяется пространственной организацией сообщества ледяных кристаллов (т.е. текстурой), а слои с одинаковой плотностью и струк-

турой, но разной текстурой (рис. 1 и 2), могут иметь разную степень устойчивости по отношению к внешнему воздействию. Уровень пространственной организации снежного слоя (т.е. его текстура в количественном выражении) может выступать в роли одного из параметров, определяющих степень устойчивости снежной толщи — как параметра, обуславливающего единое информационное поле внутри снежного слоя.

Отсутствие методологии количественного описания текстуры снежного слоя позволяет использовать характеристики текстуры только при качественном описании состояния снежной толщи, не давая возможности перейти к методам расчёта параметров текстуры снежной толщи и использованию характеристик текстуры при математическом моделировании снежной толщи.

Однако даже проблеме качественного описания текстуры снежного покрова уделяется малое внимание. Так, попытка качественного описания текстуры снежной толщи, основанная на выделении визуально определяемых трех типов текстуры, принята в [7]. В [2] текстура косвенно учтена через соотношение таких параметров, как диаметр ледя-



Рис. 1. Текстура снежных слоев, выполненных ледяными кристаллами стадии конструктивного метаморфизма
Fig. 1. Texture of snow layer of a constructive stage of snow metamorphism

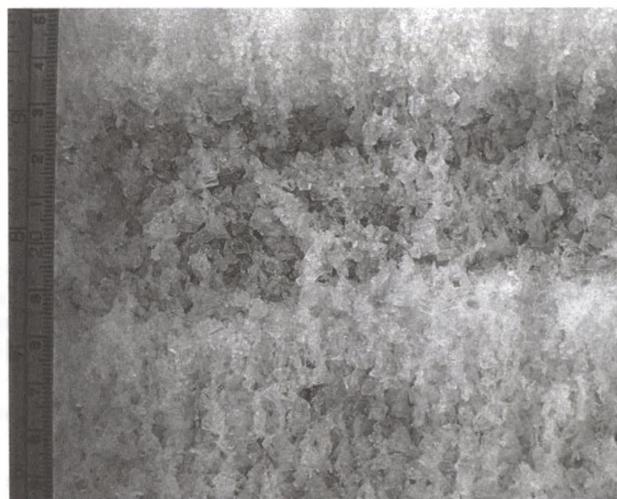


Рис. 2. Текстура снежной толщи. Пространственная решетка, составленная группами кластеров I — III порядков, выполненных кристаллами полускелетного и скелетного классов форм (может быть описана как губка Серпинского)

Fig. 2. Texture of snow layer. The space lattice of the ice crystal clusters in snow layer made of groups of the TE of I — III orders. It is described as Serpinsky's sponge

ного кристалла и плотность снежного слоя (производная от структуры и текстуры). В [5] текстура в сущности учитывается через показатель рыхлости структуры снежного покрова. Однако, в этой работе (так же, как и в [1]) понятие текстура снежной толщи подменяется понятием структура снега. Но указанные характеристики снежной толщи (при всей их взаимосвязанности) имеют разный физический смысл [6]. Наиболее близко к разработке методов количественной оценки текстуры снежной толщи подошел автор работ [13, 14].

В целом приходится констатировать, что количественные методы описания текстуры снежной толщи не разработаны.

Постановка задачи

Текстуру снежного слоя можно количественно описать, представляя ее как пространственно-неоднородную упорядоченную структуру, образованную вертикальными элементами текстуры [9, 10] — кластерами ледяных кристаллов (рис. 1–4), достигших стадии конструктивного метаморфизма [13, 14] и имеющих дендритовую текстуру.

Результаты полевых исследований снежного покрова показывают, что в процессе его метаморфизма происходит как усложнение структуры снежного слоя, так и упорядочивание текстуры последнего: хаотичное расположение ледяных кристаллов в нем сменяется упорядоченным. При этом хаотическая ориентировка осей кристаллов в снежном слое становится преимущественно вертикальной.

Состояние и степень упорядоченности подсистемы снежная толща (отображаемое в текстуре) на разных стадиях ее развития можно описать, применяя синергетический подход к описанию сложных систем. В качестве критерия, определяющего степень упорядоченности такой системы, может быть использовано понятие синергетической информации [19].



Рис. 3. Вертикальный элемент текстуры снежного слоя, выполненный ледяными кристаллами полускелетного и скелетного классов форм

Fig. 3. The element of snow layer texture formed by crystals of *semi-skeletal* and *skeletal* of the grain shape class of the depth hoar

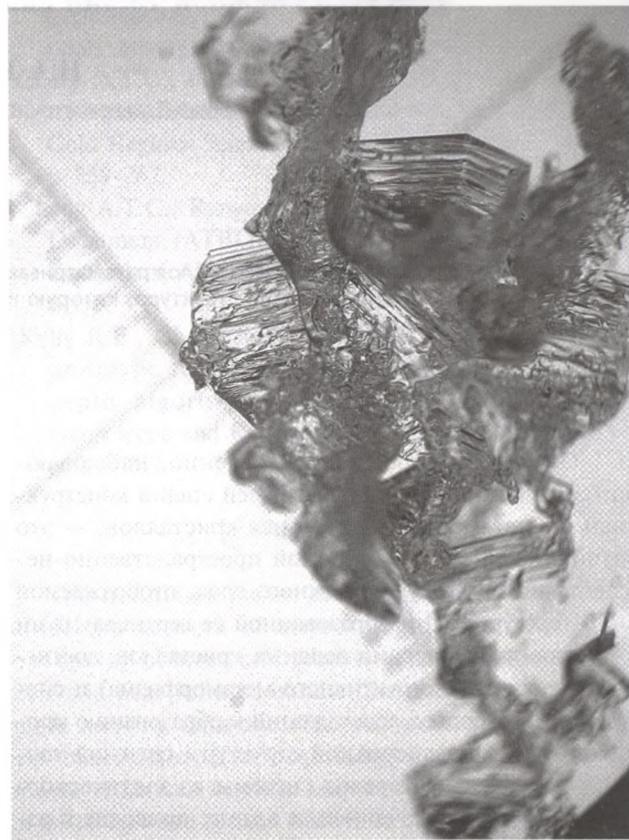


Рис. 4. Кластер ледяных кристаллов (вертикальный элемент текстуры снежного слоя), выполненный кристаллами скелетного (кластер I порядка) и полускелетного (кластер II порядка) классов форм

Fig. 4. The cluster of ice crystals of a constructive metamorphic stage (element of snow layer texture) formed by crystals of *skeletal* of the grain shape class of the depth hoar (cluster of I order) and *semi-skeletal* grain shape (cluster of II order)

Эта часть информации относится к параметрам порядка и отображает коллективные свойства системы.

Для расчета количества информации, необходимого и достаточного для формирования упорядоченной структуры снежной толщи, мы предлагаем использовать модификации теоремы Т. Бейеса [11, 15], на основе которой рассчитывается вероятность вертикальной ориентировки кластера ледяных кристаллов в снежном слое:

$$P_{(\mu/\gamma)} = k P_{(\gamma/\mu)} P_{(\mu)}, \quad (1)$$

где μ — измеряемая величина; k — константа, получаемая из условий нормировки; γ — число измерений; $P_{(\mu/\gamma)}$ — параметр вероятности вертикальной ориентировки кластеров ледяных кристаллов: апостериорная вероятность вертикальной ориентировки кластеров ледяных кристаллов в слое; $P_{(\mu)}$ — априорная вероятность вертикальной ориентировки кластеров ледяных кристаллов в слое; $P_{(\gamma/\mu)}$ — заданная вероятность вертикальной ориентировки кластеров ледяных кристаллов в слое.

В реальном снежном покрове идеальный цикл метаморфических преобразований структуры ледя-

ных кристаллов и текстуры слоя отличается достаточной вариабельностью (вследствие стохастичности внешних факторов). Однако совокупность вероятных состояний снежного слоя (фазовая траектория системы) в определенной степени детерминирована и может рассматриваться как аттрактор. Детерминированность вероятных состояний снежного слоя позволяет математически описать текстуру снежного слоя на разных стадиях его метаморфизма, используя понятие фрактальной размерности [4, 16]. Ледяные кристаллы в кластерах соединяются вершинами и ребрами, на которых максимальны напряжение электрического поля кристалла [3, 8, 17, 18] и концентрация водяного пара [7, 16, 17]. Кроме того, эти зоны термодинамически неустойчивы [17]. В результате кластеры I порядка соединяются между собой кластерами II и III порядка, образуя пространственную решетку (рис. 5). Эта пространственная решетка также может быть описана как детерминированный фрактал [12].

Решение: расчет параметров текстуры снежного слоя

Количественно степень упорядоченности текстуры снежной толщи мы предлагаем выражать через фрактальную размерность D [15, 17] множества ледяных кристаллов в слое, используя модификацию известного выражения [17]:

$$D = \ln n(\epsilon) / \ln \epsilon,$$

где $n(\epsilon)$ — размер кластера ледяных кристаллов n -порядка, $n = 1, 2, 3$; ϵ — минимальное число кластеров ледяных кристаллов в N -объеме снежного слоя.

Использование понятия фрактальной размерности снежного слоя позволяет рассчитать параметры его текстуры для разных типов снега (табл. 1). В снежном слое, в котором кластеры III порядка выполнены столбчатыми кристаллами гранной стадии роста, чаще всего имеющими тригональную сингонию (ромбическая подгруппа) [14], кластер III поряд-

ка может быть описан как кривая Коха с фрактальной размерностью $D = \ln 4 / \ln 3 = 1,2618$. Фрактальная размерность кластеров II и I порядков, выполненных полускелетными кристаллами тригональной подгруппы и кластеров I порядка, выполненных скелетными столбчатыми кристаллами тригональной подгруппы, также может быть описана как кривая Коха (см. рис. 3 и 4) с фрактальной размерностью 1,2618. Кластер I порядка, выполненный скелетными столбчатыми кристаллами моноклинной подгруппы, может иметь размерность Звезды Давида $D = \ln 6 / \ln 3 = 1,6309$. Пространственную решетку, составленную из групп кластеров I–III порядков в снежном слое можно описать как губку Серпинского (см. рис. 2) с фрактальной размерностью $D = \ln 3 / \ln 2 = 1,5850$.

Обсуждение результатов

Результаты проводившихся автором полевых наблюдений за стратиграфией снежной толщи в естественном залегании (Хибины, 1985–1988 гг.; Сахалин, 1978–1985 и 1989–1999 гг.) показывают, что определенные типы текстуры снежного слоя соответствуют определенным классам форм ледяных кристаллов, преобладающим в снежном слое на данной стадии его метаморфизма. Так, текстура столбчатого и волокнистого типов формируется в слоях, выполненных кристаллами полускелетного и скелетного классов форм. В слоях, выполненных кристаллами гранного класса форм, формируется монолитная и (реже) столбчатая текстура.

Значение параметра вероятности вертикальной ориентировки кластеров ледяных кристаллов $P_{(\mu/Y)}$, рассчитанное по выражению (1), составляет 0,7–0,9. В слоях, выполненных кристаллами гранного класса форм (при монолитной текстуре), этот параметр не превышает 0,65. Расчеты параметров упорядоченности текстуры снежного слоя проводились на основе выражения (1).

Любой снежный слой, достигший стадии конструктивного метаморфизма, выполнен ледяными кристаллами разных стадий роста. Однако, как показы-

Таблица 1

Фрактальная размерность текстуры снежного слоя

Генерация кластера ледяных кристаллов (порядок)	Класс форм ледяных кристаллов (по [13])	Подгруппа симметрии ледяных кристаллов (по [13])	Радиус ребра базисного основания ледяного кристалла, мм	Фрактальная размерность кластера ледяных кристаллов D
III	гранный, столбчатый	ромбическая	1,0	1,2618
III	гранный, столбчатый	тригональная	0,8	1,2618
I	полускелетный, столбчатый	тригональная	1,2	1,2618
II	полускелетный, столбчатый	моноклинная	1,1	1,6309
I	скелетный, столбчатый	триклинная	2,5	1,5850

вают наблюдения, вертикальные элементы текстуры выполнены кристаллами наиболее высокой в слое стадии развития. Кроме того, эти кристаллы имеют максимальные в слое размеры. Боковые ветви кластера (имеющего дендритовую структуру) представлены кристаллами низших стадий роста и с меньшим радиусом ребра базисного основания (см. рис. 3 и 4).

По мере развития снежного слоя и увеличения числа кристаллов наиболее высокой для слоя стадии их развития текстура слоя меняется в результате перераспределения в снежном горизонте вещества — без изменения массы слоя. По этой причине слой с большими размерами пор и более рыхлой текстурой может иметь такую же плотность, как и слой с более массивной текстурой.

В Восточно-Сахалинских горах в подошве снежной толщи мы неоднократно наблюдали слои с волокнистой текстурой, выполненные кристаллами скелетного класса форм (радиус базисного основания кристалла 3,5–4,8 мм) плотностью 0,28–0,30 г/см³. При этом значение монотриклинного коэффициента [14] составляло 0,8–0,9. Такую же плотность имели вышележащие слои полускелетного снега со столбчатой текстурой (радиус базисного основания кристалла 2,0–2,2 мм) при значении монотриклинного коэффициента 0,6–0,7. Однако существенно различались значения временного сопротивления разрыву, которое в слое скелетного снега составляло 10–50 кг/м², а в слое полускелетного снега — 300–500 кг/м². В то же время слой скелетных кристаллов с волокнистой текстурой (радиус базисного основания кристалла 3,0–3,5 мм) может иметь плотность 0,35 г/см³ и сопротивление разрыву 200–400 кг/м². Приведенный пример показывает определённую взаимосвязь между физико-механическими характеристиками снежного слоя и его текстурой.

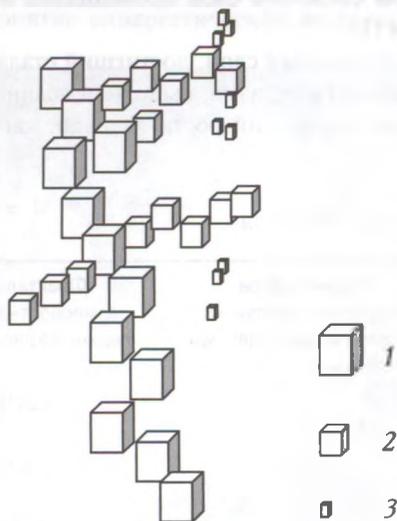


Рис. 5. Идеальный кластер ледяных кристаллов в снежной толще: 1 — кристалл I порядка; 2 — кристалл II порядка; 3 — кристалл III порядка

Fig.5. Ideal cluster of ice crystals of a constructive metamorphic stage into snow layer: by crystal of I order (1); crystal of II order (2); crystal of III order (3)

По нашим наблюдениям, в слое с более развитой текстурой число и размер кристаллов в кластере I порядка больше, чем в слое, выполненном кристаллами низших стадий роста (см. рис. 2–4). Как отмечено в [13, 14] и как показывают результаты наших наблюдений, на ребрах кристаллов и на боковых ребрах кластеров происходит рост вторичных кристаллов низших стадий развития (гранных), образующих кластеры II и затем III порядка.

Выводы

Подход к описанию текстуры снежной толщи через понятие фрактальной размерности позволяет на основе математического моделирования кластеров ледяных кристаллов количественно описывать текстуру снежной толщи, дополняя тем самым методы кристалломорфологического анализа структуры снежной толщи. В свою очередь количественное описание текстуры снежной толщи дополняет методы исследования динамики физико-механических характеристик снежной толщи в различных ландшафтах.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность А.Н. Божинскому за ценные замечания к настоящей работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Божинский А.Н., Лосев К.С. Основы лавиноведения. Л., ГИМИЗ, 1987, 280 с.
2. Болов В.Р. Руководство по предупредительному спуску снежных лавин с применением артиллерийских систем КС-19. М., ГИМИЗ, 1984, 107 с.
3. Вернадский В.И. Кристаллография. М., «Наука», 1988, 342 с.
4. Вишик М.И. Фрактальная размерность множеств. — Соросовский образовательный журнал, 1998, № 1, с. 122-127.
5. Войтковский К.Ф. Лавиноведение. М., Изд-во МГУ, 1989, 158 с.
6. Гляциологический словарь. Под ред. В.М. Котлякова. Л., ГИМИЗ, 1984, 528 с.
7. Древило М.С. О классификациях отложенного снега. Южно-Сахалинск, Сахалинское УГМС, 1981, 24 с.
8. Казаков Н.А. Электродинамика снежной толщи, образование и движение лавин. — МГИ, вып. 82, 1997, с. 161-164.
9. Казаков Н.А. Лавинный процесс как процесс самоорганизации упорядоченных структур. — МГИ, вып. 84, 1998, с. 155-158.
10. Казаков Н.А. Самоорганизация упорядоченных структур и возникновение солитонов при экзогенных природных процессах. — Учен. зап. Сахалинского гос. ун-та, вып. 1. Южно-Сахалинск, 2000, с. 116-125.
11. Казаков Н.А. Геологические и ландшафтные критерии оценки лавинной и селевой опасности при строительстве линейных сооружений (на примере о. Сахалин). Канд. дисс. Деп. в

- ВЦНТИ, М., 2000, 206 с.
12. Казаков Н.А. Фрактальная размерность текстуры снежной толщи. — Учен. зап. Сахалинского гос. ун-та, вып. 2. Южно-Сахалинск, 2001, с. 57-62.
 13. Коломыц Э.Г. Структура снега и ландшафтная индикация. М., «Наука», 1976, 206 с.
 14. Коломыц Э.Г. Методы кристалло-морфологического анализа структуры снега. М., «Наука», 1977, 199 с.
 15. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.-Ижевск, Ин-т компьютерных исследований, 2002, 656 с.
 16. Налимов В.В. Вероятностная модель языка. М., «Наука», 1979, 303 с.
 17. Федер Ф. Фракталы. М., «Мир», 1991, 260 с.
 18. Шаскольская М.П. Кристаллография. М., «Высшая школа», 1983, 376 с.
 19. Haken H. Information and Self-Organisation. Springer, Ser. Synergetics, Berlin, Heidelberg, 1983, 240 с.

SUMMARY

The snow layer texture is considered as *spatial — non-uniform ordered dissipative structure*. It is formed by a *texture element (TE)* — clusters of ice crystals of a constructive metamorphic stage (its have a dendritic structure). A degree of snow cover order structure (displayed in snow texture) has described on a basis of the Synergetic approach to the description of complex systems. As criterion of a degree of ordered of system the concept of the Synergetic information is used which concerns to parameters about and displays collective properties of system. For account of quantity of the necessary and sufficient information for formation of ordered snow cover texture (the probability of a vertical vector of the *TE* in a snow layer), the modification of the theorem by T. Beyes. The cycle of metamorphic transformation of a snow layer texture is differs of sufficient variability (owing to stochastic of the external factors). However, the set of probable condition of a snow layer (phase trajectory of system) is determined and can be described as attractor. The field examination in snow cover achieve, that the some types of a snow layer texture correspond to some classes of the grain shape of ice crystals prevailing in a layer at the given

it metamorphic stage. A *fibrous* texture type has observed in layers formed by crystals of *semi-skeletal* and *skeletal* of the grain shape class of the depth hoar. The *monolithic* and *columnar* texture types have observed in layers executed by crystals of a *faceted* grain shape class of the depth hoar. The vertical *TE* of a snow layer has combined by crystals of the highest stage of transformation. The lateral branches of the *TE* have formed by crystals of the lowest transformation stages. On a measure of a snow layer metamorphism and increasing of number of crystals of higher transformation stage, the texture of a layer changes at the expense of redistribution of substance in snow layer — without changing of weight of a layer. For this reason the layer with the large sizes of pores and texture of more high degree development can have such density, as layer with one more massive texture. In the East-Sakhalin Mountains the layers formed by crystals of a *skeletal* of the grain shape class (radius of an edge of the basic basis of a crystal $R=3.5...4.8$ mm) had the *fibrous* texture type. It had density of $0.28...0.30$ g/sm³. Such density had the layers of crystals of a *semi-skeletal* grain shape class ($R=2.0...2.2$ mm) which have *columnar* texture type. However the tensile strength in a layer of a *skeletal* snow made $10...50$ kg/m², and in a layer of a *semi-skeletal* snow — $300...500$ kg/m². Let's note, that a layer of *skeletal* crystals ($R=3.0...3.5$ mm) can have density 0.35 g/sm³ and tensile strength $200...400$ kg/m². On crystal edges and lateral sides of the *TE* of I order there is a growth of secondary crystals of the lowest grain shape classes. It's forming the *TE* of the II and III orders. The *TE* of I order incorporate among them the *TE* of the II and III order, forming a space lattice. This space lattice can be described as determined Fractal. Quantitatively of snow cover texture it is offered to express through fractal dimension of set of ice crystals in a layer. The *TE* of the III, II and I orders formed by *columnar* ice crystals of a trigonal syngony of a rhombic subgroup of the *faceted*, *semi-skeletal* and *skeletal* grain shape class. It have fractal dimension of a Koch's curve. The space lattice of the ice crystal clusters into snow layer made of groups of the *TE* of I—III orders. It is described as Serpinsky's sponge. The description of a snow cover texture as Fractal allows forecasting change of the forecast characteristics of snow cover.